

Poznámky k Bolzanovmu pojmu odvoditeľnosti a k jeho užitočnosti pre pojem nevyhnutnosti.

František Gahér

V č. 1 Organonu F (1999) bol publikovaný veľmi zrozumiteľný článok M. Vlasákovej „Srovnání Bolzanovy a Tarského definice vyplývání“. V jeho závere autorka sumarizuje svoju komparáciu asi v tom duchu, že napriek drobným rozdielom je Bolzanova definícia zhodná s Tarského definíciou, a to ohľadom nielen základnej myšlienky, ale aj presnosti prevedenia.

Keďže Bolzano pomocou pojmu odvoditeľnosti definuje pojem nevyhnutnosti, zdá sa byť vo svetle článku M. Vlasákovej prekvapujúce tvrdenie M. Siebela, že „hoci Bolzanov výklad nevyhnutnosti je zaujímavý, pretože sa v niečom podobá Quinovmu a Kripkeho, *nie je vhodný na definíciu logickej nevyhnutnosti*“.¹ Je tvrdenie M. Siebela odôvodnené? Ak áno, o čo sa opiera – v čom je pes zakopaný?

Ešte pred tým, ako si všimneme bližšie problematiku odvoditeľnosti a nevyhnutnosti u Bolzana, uvedieme dve drobné poznámky k článku M. Vlasákovej. Vlasáková vyčíta A. Tarskému, že voči jeho pojmu „predmetu“ môžeme mať výhrady a týmto výhradám by sa Tarski tak či tak nevyhol: „buď by toto universum definoval dostatečne jednoznačne, pak by ale nutně bylo omezené a v důsledku toho by Tarského pojem předmětu nebyl vyčerpávající, nebo by vymezil universum tak, aby v zásadě odpovídalo skutečnému světu, pak by ovšem dostal stejně vágně vymezenou oblast jako Bolzano svou definicí představ o sobě“ (s.3). Z tejto formulácie som nadobudol dojem, že u Tarského by malo ísť o nejaké jediné univerzum. Podľa mňa Tarského definícia logického vyplývania nie je relativizovaná k nejakému jedinému univerzu, ale k bližšie nešpecifikovanému univerzu, a teda platná pre každé konkrétne univerzum, či už by to bola trieda materiálnych predmetov, alebo trieda čísiel, vlastností či relácií a pod.

Druhá poznámka sa týka hodnotenia Bolzanovho pojmu odvoditeľnosti ako všeobecnejšieho ako Tarského pojmu logického vyplývania (s.4). Vlasáková má samozrejme pravdu. Možno by však bolo vhodné podotknúť, že Bolzanov všeobecnejší pojem odvoditeľnosti zatiaľ nemal také využitie, ako pojem logického vyplývania a niektoré pojmy na ňom založené môžu mať neintuitívny význam a neželané dôsledky – takým pojmom u Bolzana je zrejme aj pojem nevyhnutnej pravdy.

Hlavná poznámka sa nebude týkať ani tak priamo samého článku Vlasákovej, ako skôr vysvetleniu, v akej súvislosti môže Bolzanov pojem odvoditeľnosti viesť k neželaným dôsledkom pri výklade nevyhnutnosti. Vlasáková uvádza parafrázu definície pojmu odvoditeľnosti (s.2):

„Mějme věty A, B, C, D, \dots a věty M, N, O, \dots , v nichž považujeme za proměnné (tedy obměnitelné) určité představy, které budeme označovat i, j, \dots . Nechť nyní platí, že všechny představy, které činí po dosazení na místo představ i, j, \dots všechny věty A, B, C, D, \dots pravdivými, činí i všechny věty M, N, O, \dots . Pak řekneme, že věty M, N, O, \dots jsou *odvoditelné* z vět A, B, C, D, \dots *vzhledem* k představám i, j, \dots “

Táto formulácia – a asi rovnako aj niektoré, ale nie všetky Bolzanove formulácie – môže vzbudzovať dojem, že meniteľné predstavy o sebe i, j, \dots sa majú – a to všetky alebo aspoň niektoré – vyskytovať v každej z uvažovaných viet A, B, C, D, \dots a M, N, O, \dots . Inak by v prípade niektorých viet išlo o „hluché“ obmieňanie predstáv. Mohli by sme si myslieť, že táto otázka nie je vôbec dôležitá. Treba podotknúť, ako to Vlasáková uvádza, že vety $A, B, C, D,$

¹ Siebel, [4], s.136 (Je to monotematické číslo venované Bolzanovi – pri príležitosti 150. výročiu jeho smrti.).

... musia byť *zlučiteľné* vzhľadom k predstavám i, j, \dots – t.j. existuje predstava, ktorá po dosadení na miesto predstáv i, j, \dots urobí (čini) tieto vety všetky zároveň pravdivými ([2], § 154, f.2.).

Pre prípad dvoch propozícií môžeme vzťah odvoditeľnosti preformulovať takto:

TO1: Veta o sebe (propozícia²) P je odvoditeľná z propozície Q vzhľadom na predstavy i, j, \dots vtt P a Q sú zlučiteľné vzhľadom k týmto predstavám a neexistuje taká obmena týchto predstáv, že obmenený variant Q by bol pravdivý a zodpovedajúci variant P by bol nepravdivý.

Bolzano však v tom istom paragrafe o odvoditeľnosti uvádza nasledovnú definíciu: „Ak niektorá z viet (o sebe, t.j. propozícií) A, B, C, D, \dots , z ktorých majú byť odvoditeľné vety M, N, O, \dots vzhľadom na predstavy (o sebe) i, j, \dots , napríklad veta A , neobsahuje ani jednu jedinú z týchto predstáv, tak ju môžeme vynechať a o ostatných vetách B, C, D, \dots tvrdiť, že vety M, N, O, \dots sú odvoditeľné už iba z nich vzhľadom na predstavy (o sebe) i, j, \dots . Pretože za týchto okolností musí byť veta A pravdivá a takou zostáva, či už dosadíme na miesto premenných i, j, \dots akékoľvek predstavy. Kedykoľvek len teda budú vety B, C, D, \dots všetky pravdivé, budú pravdivé i vety A, B, C, D, \dots , a preto i vety M, N, O, \dots “ ([2], § 155, f.4).

Ak by sme za vety, ktoré neobsahujú ani jednu premennú predstavu, považovali aj ostatné z viet B, C, D, \dots , tak by sme prišli k záveru, že veta o sebe môže byť odvoditeľná z nejakých viet o sebe, hoci premisy neobsahujú premennú predstavu, pokiaľ sú tieto premisy pravdivé. Odtiaľto je podľa Siebela „len krôčik k tomu, aby sme tvrdili, že pravdivá propozícia neobsahujúca žiadnu premennú predstavu o sebe je odvoditeľná z propozície, ktorá je s ňou zlučiteľná“ ([4], s. 121).

Pre prípad, že P by neobsahovala ako zložku premennú predstavu, teorému odvoditeľnosti TO1 by sme mohli preformulovať takto:

TO2: Pravdivá propozícia P , ktorá neobsahuje žiadnu z premenných predstáv, je odvoditeľná z každej propozície Q vzhľadom na tie predstavy i, j , ktoré zabezpečujú, že P a Q sú zlučiteľné vzhľadom k týmto predstavám.

Ako tento problém súvisí s pojmom nevyhnutnosti u Bolzana? Z Bolzanových prác sa dá podľa Morschera ([3], 89f.) vyčítať nasledovná definícia pojmu nevyhnutnosti:

Propozícia P je nevyhnutnou pravdou vtt P je pojmová pravda alebo odvoditeľná z pojmovej pravdy.

Ak uvážime, že z platnosti nejakého tvrdenia je odvoditeľné aj samo tvrdenie, prvá zložka disjunkcie v definiense je redundantná. Čo v tejto definícii bolo opomenuté, je okolnosť, že odvoditeľnosť u Bolzana je ternárna relácia – chýba tam *vzhľadom na predstavy i, j, \dots* . Bolzanovu formuláciu z § 164, 199f.³ môžeme podľa Siebela ([4], s.125) považovať za špecifikáciu toho, vzhľadom na ktoré predstavy – „aspoň vzhľadom na jednu“:

² Bolzano niekedy pri výraze “veta” alebo “predstava” vynecháva dovetok “o sebe”, aj keď je tam patričný. Vety o sebe i predstavy o sebe nie sú jazykovými výrazmi, ale abstraktnými entitami. Mnohí bolzanológovia vetu o sebe prekladajú do angličtiny aj výrazom “proposition” (Y. Bar-Hillel, J. Berg, J. Šebestík).

³ “Durch ein solches Urtheil sagen wir aber nichts Anderes aus, als dass es in den Sätzen $A, B, C, \dots M, N, O, \dots$ gewisse Theile [i, j, \dots] gebe, die als veränderlich betrachtet werden können, mit dem Erfolge, dass jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j, \dots die sämtlichen A, B, C, \dots wahr macht, auch die sämtlichen M, N, O, \dots wahr mache.”

Propozícia P je *nevyhnutnou pravdou* vtt existuje aspoň jedna predstava taká, že P je odvoditeľná z pojmovej pravdy vzhľadom na túto predstavu.

Ak zoberieme do úvahy TO2, tak prideme k neželanému záveru, že každá pravdivá propozícia je *nevyhnutnou pravdou*. Tu sa ukazuje tá maličkosť – či sa majú vyskytovať (všetky, niektoré ...) spoločné premenné predstavy v premisách i v závere - ako rozhodujúca.

Aby sme sa vyhli tomuto neželanému výkladu nevyhnutnosti u Bolzana, musíme tézu o odvoditeľnosti explicitne doplniť o podmienku: vzhľadom na *spoločné* predstavy, resp. vzhľadom na *aspoň jednu spoločnú* predstavu. To je mimochodom v úplnej zhode s Bolzanovou formuláciou v §155, 120, že ak dve vety nemajú ani jednu spoločnú zložku, nevznikne medzi nimi vzťah odvoditeľnosti. Toto doplnenie však stále nestačí.

Ak si vezmeme ako premisu pojmovú pravdu [Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna] a ako záver konjunkciu [Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna a Sokrates bol rodom Atéňan], tak záver je odvoditeľný z premisy vzhľadom na spoločnú premennú predstavu [2] a premisa i záver sú zlučiteľné vzhľadom na predstavu [2], a teda má byť *nevyhnutnou pravdou*, hoci je iba pravdou náhodnou (empirickou).

Bolzano by mohol opraviť definíciu *nevyhnutnej pravdy* tak, že by v nej nehovoril všeobecne o odvoditeľnosti, ale o logickej odvoditeľnosti, t.j. odvoditeľnosti vzhľadom na *všetky mimologické*⁴ predstavy, ktoré sú obsiahnuté v premisách i závere. Po takejto modifikácii definície *nevyhnutnej pravdy* už vyššie uvedený protipríklad nebude platiť: konjunkciu [Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna a Sokrates bol rodom Atéňan] nebude *nevyhnutnou pravdou*, pretože nie logicky odvoditeľná z pojmovej pravdy [Druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna]. U Bolzana by uvedená konjunkcia nemohla byť *nevyhnutnou pravdou* ešte z jedného dôvodu: veta “Sokrates bol rodom Atéňan” nie je pojmová, ale názorová veta, pretože obsahuje dva názory: Sokrates, Atéňan. Z rovnakého dôvodu by Bolzano nepovažoval za *nevyhnutnú pravdu* ani logicкую pravdu “*Toto je kvetina alebo toto nie je kvetina*”.

Na druhej strane však Bolzano za pojmovú pravdu považuje aj takú pravdu, ktorú sme nezískali a priori, ale na základe experimentov, akou je aj Newtonov zákon gravitácie ([1], §7, 39f). Hoci by sme odhliadli od toho, že tento zákon je pravdivý iba za istých idealizujúcich (nerelativistických a pod.) podmienok, predsa je logicky možné, že by platil iný zákon gravitácie. Aby Bolzanov pojem *nevyhnutnej pravdy* korešpondoval s moderným pojmom *logicky nevyhnutnej pravdy*, nie je potrebné – ako by sme mohli mohli nadobnúť dojem z článku M. Siebela – iba zúžiť v definícii *nevyhnutnej pravdy* jeho pojem odvoditeľnosti na pojem *logickej odvoditeľnosti*, ale je potrebné aj redefinovať pojem *konceptuálnej pravdy*, resp. nahradiť ho iným pojmom. Ale to by už zďaleka nebol pojem *nevyhnutnej pravdy* koncipovaný pôvodne Bolzanom.

Katedra logiky a metodológie vied

FiF UK Bratislava

e-mail: gaher@fphil.uniba.sk

LITERATÚRA

- [1] BOLZANO, B. (1981): **Von der mathematischen Lehrart**, J. Berg (hrsg.), Stuttgart-Bad Canstatt.
- [2] BOLZANO, B. (1985): **Wissenschaftlehre**, J. Berg (hrsg.), F. Frommann Verlag, Stuttgart-Bad Canstatt.
- [3] MORSCHER, E. (1973): “Philosophische Logik” bei Bernard Bolzano, In: **Bozano-Symposium “Bolzano als Logiker”** (Sitzungsberichte der österreichischen Akademie der Wissenschaften, Phil.-hist. Klasse 293/5), Wien, 77-105.
- [4] SIEBEL, M. (1997): Variation, Derivation and Necessity. **Grazer Philosophische Studien**, Vol. 53, (Bolzano and Analytic Philosophy).

⁴ Je zrejme, ako upozorňuje aj Vlasáková, že Bolzano si uvedomoval, že rozlíšenie konštant na logické a mimologické môže byť problematické ([2], §148, 84f).