

**VPLÝV NOVÉHO SYSTÉMU VYUČOVANIA MATEMATIKY
NA ROZUMOVÝ VÝVIN ŽIAKOV**

HENRYK MOROZ

**I. Výsledky výskumov pomocou série slovných analógií,
ktoré spracoval A. Jurkowski**

S uvažovaním pomocou analógie sa stretávame pomerne často rovnako v každodennom živote, ako aj vo vede. V bežnej reči sa analógia najčastejšie používa v diskusiách alebo polemičkách, naproti tomu v jazykovede sa analógia využíva pri klasifikácii jazykov a považuje sa za jeden z významných činiteľov, podmienujúcich formovanie jazykov. V logike, vzhľadom na malú hodnotu odôvodňovania, uvažovanie analógiou neplní významnejšiu funkciu. Prvoradé miesto však má v metodológii vied vzhľadom na jeho heuristický význam v procese formulovania vedeckých hypotéz.

Genézu uvažovania analógiou lokalizujú mnohí psychológovia do raných štadií psychického vývinu dieťaťa. Podľa Charlotte Bühler „princíp analógie usmerňuje v tomto období celý duševný svet dieťaťa, hrá rozhodujúcu úlohu, ako uvidíme neskôr, pri formovaní obrazu sveta a je základným predpokladom pre tvorivé intencie dieťaťa, obzvlášť pre symbolické riadenie jeho aktivity pri hre i práci.“¹

V mojich desaťročných experimentálnych prácach o modernizácii systému začiatotočného vyučovania matematiky uvažovanie analógiou bolo marginálnym problémom. Inšpiráciu na započatie detailnejších vedeckých výskumov špeciálne tohto problému mi poskytla prof. dr. Maria Przetacznikowa, vedúca Kabinetu vývinovej psychológie Jagiellonskej Univerzity. Dôkladný rozbor práce Andrzeja Jurkowskiego „Uvažovanie analógiou u detí školského veku“ (PWN 1967) vyvolal u mňa predpoklad, že existujú reálne možnosti využitia autorom predstavenej metódy výskumov na zdôvodnenie hypotézy o vplyve nového systému začiatotočného vyučovania matematiky na urýchlenie rozumového vývinu 7—11-ročných žiakov.

Metóda a priebeh výskumov

Na základe prvkov teórie Piageta sformuloval A. Jurkowski dve hypotézy, týkajúce sa vývinu uvažovania analógiou. V súlade s touto teóriou je takéto uvažovanie operačnou štruktúrou, ktorá existuje hned na začiatku štadia konkrétnych

¹ Bühler, Ch.: *Dzieciństwo i młodość*. Warszawa, Nasza Księgarnia 1953, s. 189.

operácií. Začleňuje sa teda do operačnej skupiny, podobne ako klasifikácia a systém sérií.²

Hypotéza I

Uvažovanie analógiou, podobne ako iné operačné systémy, je v štádiu konkrétnych operácií značne závislé od obsahu. V štádiu formálnych operácií sa natoľko intenzívna závislosť od obsahu nebude prejavovať.

Hypotéza II

Pri riešení úloh typu analógie je potrebné odhaliť geneticky rôzne spôsoby riešenia. V štádiu formálnych operácií možno očakávať hypotetický prístup k danej úlohe.³

Prvá hypotéza Jurkowskiego sa týka vývinového osamostatnenia uvažovania od jeho obsahu, pričom pod obsahom úlohy (analógie) rozumie druh logickej relácie, obsiahnutej v danej úlohe. Autor predpokladá, že obsah úlohy je tým činiteľom, ktorý diferencuje vyspelosť operatívnosti myslenia, konkrétnie v štádiu konkrétnych operácií.

Druhá hypotéza sa týka evolučných premien v spôsoboch riešenia úloh. Podľa názoru autora, v štádiu konkrétnych operácií dieťa „počína si naslepo“ a jeho eventuálne pokusy hľadať systém sa končia obvyčajne neúspechom. Avšak v štádiu formálnych operácií sa dieťa usiluje odhaliť všeobecný princíp riešenia úloh daného typu, pričom formuluje adekvátne hypotézy a verifikuje ich. Po odhalení princípu dieťa v procese dedukčného uvažovania stabilizuje všeobecné podmienky, ktorým musí zodpovedať výsledok riešenia pri danom type úlohy. Takéto zovšeobecnenie, podľa Jurkowskiego, je možné vtedy, a len vtedy, ak je uvažovanie osamostatnené a nezávislé od obsahu úlohy.

Uvedené hypotézy sa verifikovali na základe súrady siedmich slovných analógií. Táto súrada mala 32 úloh a obsahovala štyri významové celky:

- a) časť — celok,
- b) protiklad,
- c) nadradenosť,
- d) príčinnosť.

Výskumy sa realizovali v roku 1963 na Základnej škole č. 4 vo Varšave a zahrnuli 96 detí v troch vekových kategóriách — po 32 žiakov v každej. V súlade s teóriou Piageta vek detí v jednotlivých vekových kategóriách mal charakteristické etapy rozumu vývinu:

1. žiaci III. tried vo veku 9;9 — 10;1 — štádium konkrétnych operácií;
2. žiaci V. tried vo veku 11;9 — 12;1 — prechodná etapa;
3. žiaci VII. tried vo veku 13;9 — 14;1 — štádium formálnych operácií.

Ako vyplýva z načrtutého zoznamu úloh, analógie, ktoré použil pri svojich výskumoch Jurkowski, mali charakter invenčných úloh, uložených žiakom písomne v nasledovnej grafickej úprave:

² Inhelder, B. — Piaget, J.: *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. Basic Book Inc., 1959, s. 314—317.

³ Jurkowski, A.: *Rozumowanie przez analogię u dzieci w wieku szkolnym*. Warszawa, PWN 1967, s. 46.

odísť — prísť
predávať — ... ?

Proces riešenia úloh sa neusmerňoval inštrukciami. Čas na vyriešenie každej úlohy bol obmedzený na jednu minútu. V momente, keď dieťa odovzdalo vypracovanú úlohu, dostalo otázku: „prečo?“ Každý žiak riešil všetky úlohy danej súrady v inom poradí. V každej vekovej kategórii jedno skúmané dieťa riešilo úlohy v takom poradí, ako je uvedené v zozname, druhé začínalo prácu od úlohy 2b a končilo pri úlohe 1a, tretie ich riešilo v poradí od 3c po 2b, etc. Zmena poradia, podľa Jurkowského, znamená, že „eventuálna obťažnosť úloh nemôže vyplývať z väčšej či menšej rutiny pri riešení analógie, ktorá by bola závislá od pozície úlohy v poradí, ale najmä z podstatných rozdielov v obsahu úloh. Na druhej strane to umožňuje určiť proces učenia sa bez ohľadu na obsahovú diferenciáciu úloh.“⁴

Pri hodnotení správnych riešení použil Jurkowski nasledovné kritériá:

1. Za správne považoval len tie riešenia, ktorých gramatická forma (pád, čas, číslo, spôsob) sa zhodovala s predlohou v prvej časti úlohy.
2. Riešenia úloh s reláciami „časť — celok“ považoval za správne len v tom prípade, ak súbor, ktorý uviedol žiak, bol významovo rovnocenný so súborom, vyskytujúcim sa v prvej časti analógie.
3. Za nesprávne považoval tie odpovede a riešenia, ak miesto relácie „protiklad“ uviedol žiak negáciu.
4. V relácii „príčinnosť“ žiakom uvedená príčina musela mať podobné črty ako v prvej časti analógie.

Riešenia sa posudzovali na záver výskumu bez apriórne sformulovaného kľúča, čo umožnilo pružnosť ich hodnotenia. Za účelom eliminácie vplyvu výskumných intencív na celkový výsledok výskumu, riešenia sa hodnotili pred štatistickou analýzou. Napriek týmto opatreniam autor neuvádzal príčiny, pre ktoré bola úloha X 22d vylúčená zo štatistickej analýzy.⁵ Vysvetlenie, že nejasná formulácia úlohy údajne skomplikovala hodnotenie správnosti riešenia, nie je presvedčivé.

V súbore správnych riešení zvýrazňuje Jurkowski podsúbor operačných riešení. Základom pre klasifikáciu boli výpovede detí, zdôvodňujúce výsledky riešení. Ak sa na základe odôvodnenia mohlo pripustiť, že dieťa chápe relácie obsiahnuté v úlohe, v tom prípade bola správna odpoveď zaradená do operačných riešení.

Do operačných riešení boli zaradené aj správne tie odpovede, ktoré dieťa nekomentovalo, alebo povedalo „neviem.“ Fakt, že správne riešenia tohto typu sa uznali za operačné, bolo spôsobené nedostatočnou argumentáciou o ich neoperatívnosti, ako sa domnieva Jurkowski. Podobne sa kvalifikovali riešenia s odôvodnením neúplným alebo nejasným, a to jednoducho preto, že deti mohli mať problémy s využadovaním.

Súbor správnych operačných riešení rozdelil Jurkowski na dva podsúbory:

1. podsúbor správnych operačných riešení s neúplným odôvodnením,
2. podsúbor správnych operačných riešení s úplným odôvodnením.

⁴ Ibidem, s. 59

⁵ Ibidem, s. 56—57

Do kategórie úplných odôvodnení zaradil autor nasledovné výpovede:
— dieťa uvádza všetky tri relácie obsiahnuté v danej analógii:

(a R₁ b) R₃ (c R₂ d)

- pomenúva hoci len jednu reláciu a uvádza ešte jednu,
- neoznačuje jednotlivé relácie, ale uvádza výstižné pomenovanie typu úlohy a používa predovšetkým termín „analógia“, „analogicky“ a pod.⁶

Podnetom pre detailný popis a charakterizovanie Jurkowského metódy výskumov bolo moje úsilie predstaviť čitateľom výsledky mojich výskumov, ktoré som realizoval v máji a júni 1969 medzi žiakmi experimentálnej triedy III. E na Základnej škole č. 12 v Krakove. Ako som spomínať v úvode, analýza Jurkowskiego práce ma inšpirovala k využitiu jeho metódy výskumov pri obhajovaní hypotézy o vplyve nového systému začiatocného vyučovania matematiky na urýchlenie rozumového vývinu desafročných detí.

Uvádzam znenie mojej hypotézy:

Nový systém začiatocného vyučovania matematiky vplýva na zmenu v spôsobe uvažovania u desafročných detí. Hypoteticko — dedukčný prístup k úlohám nastoľuje predpoklad, že tieto deti prešli zo štátia konkrétnych operácií do štátia formálnych operácií.

V experimentálnej III. triede, ktorú budem ďalej označovať symbolom III. E₂, realizoval sa od prvého postupného ročníka projekt nového programu vyučovania matematiky, ktorý vypracovala Z. Krygowska a H. Moroz.

Jadrom tohto programu bola štruktúra okruhu celých čísel. Elementárny kurz aritmetiky bol rozšírený o tematiku z oblasti teórie množín, algebry, geometrie, topológie, počtu pravdepodobnosti a matematickej logiky. Umožnilo to obohatenie a spestrenie cvičení, oboznámenie žiaka so všeobecnými pojмami hned pri úvode do vedy, rozvinutie jeho matematického myšlenia a záujmov a prispôsobenie náplne individuálnym poznávacím možnostiam dieťaťa.

V procese výuky dominovala funkcionálna metóda. Týmto termínom označuje prof. Krygowska „didaktický postup, ktorý neustále a konzistentne prihliada na operatívny charakter matematiky paralelne s psychologickým procesom interiorizácie, smerujúcim od konkrétnych činností k abstraktným operáciám.“⁷

V súlade s návodom, obsiahnutým v projekte nového programu, vyučovanie matematiky sa opieralo o didaktické materiály s určenou logickou alebo algebraickou a aritmetickou štruktúrou (logický materiál, farebné kocky na vyučovanie matematiky, minicomputery), ako aj o moderné grafické pomôcky na vyjadrenie matematickej myšlienky. Počas trojročnej experimentálnej práce sa dôsledne konštruovali situácie, umožňujúce žiakom rozvíjanie vlastnej matematiky, samostatné nachádzanie určitých pravidiel, zákonitostí a vlastností počas vhodne volených hier. Pri pozorovaní práce žiakov, ich uvažovania, fažkostí a úspechov, spôsobov prekonávania prekážok, mal som mnoho príležitostí poznať individuálne rozumové črty mojich zverencov. Snažil som sa rozvíjať u nich originálne logické dispozície bez toho, aby som im vnucoval vlastný štýl myšlenia.

⁶ Ibidem, s. 90—91

⁷ Krygowska, Z.: *Zarys dydaktyki matematyki*. Warszawa, PZWS 1969, s. 118—119.

Trieda III. E₂ mala 31 žiakov, a teda o jedného menej, ako skupina desaťročných detí u Jurkowskiego. Ak som chcel porovnať počet skúmaných detí, bol som nútene kooptovať jedného desaťročného žiaka z triedy IV. E₂, v ktorej som tiež realizoval od prvého postupného ročníka projekt nového programu.

Ako vyplýva z tabuľky 1., vekové hranice väčšiny detí, ktoré som skúmal, zodpovedali vekovým hraniciam detí, ktoré skúmal Jurkowski. Obe skupiny detí (moja i Jurkowskiego) pochádzali z veľkomestského prostredia. Žiadna zo skúmaných skupín sa nevyberala špeciálne podľa intelektu. Jedinou podstatnou diferenciu medzi skúmanými celkami bol rozdielny systém vyučovania matematiky.

Vo svojich výskumoch som sa snažil čo najvernejšie rekonštruovať Jurkowskiego metódu a aplikovať identické kritériá pri hodnotení výpovedí žiakov, a získané výsledky podrobniť analogickej štatistickej analýze.

Vekové hranice skúmaných detí a delenie podľa pohlavia

Tabuľka 1

Počet detí vo veku 9; 9—10; 1	20
Počet detí starších o 1—2 mesiace	4
Počet detí mladších o 1—6 mesiacov	8
Počet dievčat	11
Počet chlapcov	21

Výsledky výskumov

Získané výsledky som klasifikoval na základe analýzy a hodnotenia riešení a odôvodnení skúmaných žiakov. Všetky údaje sú uvedené v súhrannej tabuľke v prílohe tejto práce. Materiály v nej obsiahnuté sú základom pre výsledky výpočtov a tabuľiek, ktoré uvádzam na ďalších stranach. Vzhľadom na nedostatok miesta neuvádzam všetky výsledky, ktoré sú zachytené v Jurkowskiego práci. Obmedzujem sa len na predstavenie tých výsledkov, ktoré považujem za nevyhnutné pre obhájenie svojej hypotézy.

V tabuľke č. 2 sú uvedené počty a percentá správnych operačných riešení v jednotlivých vekových kategóriách.

Výsledky dosiahnuté v triede III. E₂ sa podstatne odlišujú od výsledkov triedy III. a V.

Rozdiel v prírastku správnych operačných riešení medzi triedou II. a III. E₂ nie je podstatný, pretože činí necelé 2,6 %.

Oveľa lepšie výsledky dosiahli žiaci triedy III. E₂ v kategórii správnych operačných riešení s úplným odôvodnením. Ako vyplýva z číselných údajov v tabuľke č. 3, zaznamenali dvadsať jedenkrát viac úplných odôvodnení než ich kolegovia z triedy III., sedemkrát viac než žiaci z V. triedy a vyše dvakrát viac než najstaršia veková skupina.

Počty a percentá správnych operačných riešení v jednotlivých vekových kategóriách

Tabuľka 2

Veková kategória	Počet všetkých reakcií	Počet správnych operačných riešení	Percento správnych operačných riešení	Štandardná chyba percenta
9; 9—10; 1 trieda III	992	395	39,8	1,55
11; 9—12; 1 trieda V	992	432	43,5	1,57
13; 9—14; 1 trieda VII	992	581	58,5	1,56
Trieda III E ₂	992	607	61,1	1,54

Počty a percentá správnych operačných riešení s úplným odôvodnením

Tabuľka 3

Veková kategória	Počet všetkých reakcií	Počet správnych operačných riešení s úplným odôvodnením	Percento správnych operačných riešení s úplným odôvodnením	Štandardná chyba percenta
9; 9—10; 1 trieda III	992	21	2,1	0,45
11; 9—12; 1 trieda V	992	57	5,7	0,73
13; 9—14; 1 trieda VII	992	167	16,8	1,18
Trieda III E ₂	992	447	45,0	1,57

Tabuľka č. 4 predstavuje informácie o počte detí, ktoré uviedli najmenej jedno úplné odôvodnenie. Len jeden žiak z experimentálnej triedy neuviedol nijaké úplné odôvodnenie. Napokon, ako vyplýva zo súhrannej tabuľky, tento žiak neuviedol ani jedno správne operačné riešenie. V tom období prežíval v dôsledku priestupku vážnu duševnú krízu, a tam je príčina absencie akýchkoľvek reakcií počas realizovaných výskumov.

Jurkowskiego séria slovných analógí obsahovala 31 úloh, ktoré sa skladali zo 4 významných celkov: a — „časť—celok,“ b — „protiklad,“ c — „nadradenosť,“ d — „príčinnosť.“

Počty a percentá detí, ktoré uviedli najmenej jedno úplné odôvodnenie

Tabuľka 4

Trieda	Počet detí, ktoré uviedli najmenej jedno úplné odôvodnenie	Percento	Štandardná chyba percenta	Interval úfnosti na úrovni 0,05
III	5	15,6	6,41	3,0—28,2
V	15	46,8	8,82	29,5—64,1
VII	23	71,8	7,95	56,2—87,4
III E ₂	31	96,9	3,06	91,0—100

Prvé tri relácie (významové celky) mali po 8 úloh, posledná (príčinnosť) 7 úloh. Pretože v každej skupine sa skúmalo 32 detí, celkovo sme získali po 256 reakcií v každej spomedzi prvých troch relácií, a 224 — v poslednej relácii. V tabuľke č. 5 sú uvedené počty a percentá správnych operačných riešení, v závislosti na type relácie a veku skúmaných. Najväčší počet operačných riešení dosiahli žiaci III. E₂ triedy (podobne ako všetky skupiny, ktoré skúmal Jurkowski) pri úlohách obsahujúcich relácie „nadradenosť“ a v ďalšom poradí „časť—celok,“ „protiklad,“ a napokon najmenej odpovedí bolo pri úlohách s reláciou „príčinnosť.“ Najpodstatnejšie sú rozdiely medzi percentami správnych operačných riešení v jednotlivých reláciach. C—d činí 15,5 %, c—b činí 11,7 % a c—a činí 10,3 %. Ostatné rozdiely nie sú podstatné: a—d činí 5,2 %, b—d činí 3,8 %, a—b činí 1,4 %. Rozdiely medzi percentami správnych operačných riešení v skupinách, ktoré skúmal Jurkowski, nájde čitateľ v jeho práci na s. 113—115. Najzaujímavejšie sú percentuálne rozdiely v jednotlivých reláciach medzi triedou VII., ktorú skúmal Jurkowski, a triedou III. E₂. V relácii a to činí 7,1 %, v relácii b je rozdiel záporný a činí —6,7 %, v relácii c rovná sa 5,4 %, a napokon v relácii d je taktiež záporný —18,2 %. Tieto rozdiely v reláciach a, b, c nie sú podstatné, avšak rozdiel je veľmi signifikantný v relácii d.

V doterajšej všeobecnej charakteristike výsledkov som uvádzal (podobne ako Jurkowski) „surové“ výsledky, t. j. počty správnych operačných riešení. Stačili úplne na to, aby sa čitateľ mohol zorientovať v celkovom výsledku výskumov. Ak však má byť správnosť mojej hypotézy obhájená, musím, tak ako Jurkowski, nahradiť súhrn „surových“ výsledkov škálou štandardizovaných výsledkov (ďalej symbol WS). Použijem pri tom známu normalizovanú stupnicu štandardizovaných výsledkov T. V tejto stupnici je jednotkou 1/10 štandardnej odchýlky, a priemer činí 50. Potom „surový“ výsledok, väčší ako priemer v danej skupine o jednu odchýlku, dosiahne v štandardizovanej stupnici 60 bodov WS,

Počty a percentá správnych operačných riešení v závislosti od relácie a veku skúmaných žiakov

Tabuľka 5

Triedy	Počet správnych operačných riešení v reláciach				Percenta správnych operačných riešení v reláciach				Štandardné chyby percent správnych operačných riešení v reláciach			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
III	118	94	139	44	46,0	36,7	54,2	19,6	3,11	3,01	3,11	2,65
V	148	77	152	55	57,8	30,0	59,3	24,5	3,08	2,86	3,07	2,87
VII	172	133	194	82	67,1	51,9	75,7	36,6	2,93	3,12	2,69	3,21
III E ₂	154	150	180	123	60,0	58,6	70,3	54,8	3,06	3,07	2,85	3,32

a výsledok menší o $1/2$ štandardnej odchýlky od priemeru danej skupiny dosiahne 45 bodov WS.⁸ Za účelom určenia minimálneho kritéria — dosiahnutie štátia formálnych operácií — treba, ako sa domnieva Jurkowski, vytypovať obsahovú kategóriu, v ktorej jedno operačné vyriešenie zodpovedá najvyššiemu výsledku v štandardizovanej stupnici, a napokon — treba určiť počty riešení v iných reláciach, ktorým zodpovedá tento výsledok. U Jurkowskiego⁹ najvyšší výsledok v štandardizovanej stupnici, ktorý zodpovedá jednému operačnému riešeniu, rovná sa hodnote 44 v relácii „príčinnosť.“ V relácii „časť—celok“ sa k tejto hodnote približuje číslo 43, ktorému zodpovedá „surový“ výsledok 3. V relácii „proti kladnosť“ — hodnota 45, ktorému zodpovedá „surový“ výsledok 2. V relácii „nádradenosť“ je to rovnako hodnota 45, a zodpovedá jej „surový“ výsledok 4. Ak teda chceme priznať diefa dosiahnutie štátia formálnych operácií, toto diefa musí uviesť najmenej 10 správnych operačných riešení (1 riešenie v relácii d + 2 v relácii b + 3 v relácii a + 4 v relácii c činí spolu 10 riešení). Orem toho toto diefa, podľa Jurkowskiego, musí uviesť aspoň úplné odôvodnenie. Z údajov v súhrannej tabuľke vyplýva, že 30 žiakov triedy III. E₂ splnilo obe podmienky, ktoré stanovili kritérium pre dosiahnutie štátia formálnych operácií. Celkovo to činí 93,7 % skúmaných detí. Treba zdôrazniť, že medzi žiakmi skúmanej VII. triedy u Jurkowskiego splnilo len 65,6 % detí podmienky, ktoré stanovili kritérium pre dosiahnutie štátia formálnych operácií. Musíme však podotknúť, že Jurkowskiego požiadavky sú minimálne, a teda splnenie oboch podmienok kritéria je nepatrným signálom o dosahovaní štátia formálnych operácií u diefa.

Dôkaz o správnosti hypotézy I realizoval Jurkowski tak, že vyznačil priemerné výsledky (M) a im zodpovedajúce štandardizované výsledky (WS) v jednotlivých reláciach zvlášť pre každú vekovú kategóriu. Potom vypočítal rozdiely medzi

⁸ Moroz, H.: *Wpływ nowego systemu nauczania początkowego matematyki na przyśpieszenie rozwoju umysłowego dzieci dziesięciolatnich*. Zeszyty Naukowe UJ, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne, zeszyt 15, 1970, s. 40, tab. 6.

⁹ Jurkowski, A.: *Rozumowanie przez analogię ...* s. 132—133, tab. 8.2.

priemernými výsledkami, vyjadrenými v stupnici štandardizovaných výsledkov WS v jednotlivých vekových kategóriách.¹⁰ Priemerný rozdiel:

$$[(a - b) + (a - c) + (a - d) + (b - c) + (b - d) + (c - d)] : 6$$

pre triedu III. činí 1,5, pre triedu V. tiež 1,5 a pre triedu VII. je o polovicu menší 0,7. Tieto výsledky, podľa Jurkowskiego, sa celkovo zhodujú s hypotézou I. Po-kúsme sa porovnať výsledky triedy VII. s výsledkami triedy III. E₂, pričom budeme rovnako uvažovať. Na základe získaných výsledkov, uvedených v tab. č. 6 možno určiť stupeň diferencie medzi jednotlivými reláciami. V tabuľke č. 7 sú uvedené rozdiely medzi priemernými výsledkami, vyjadrenými v stupnici štandardizovaných výsledkov WS. Vyplýva z nich, že rozdielnosť stupňa obtiažnosti medzi jednotlivými reláciami je pre obe skúmané triedy rovnaká.

Hypotéza II, ktorú sformuloval Jurkowski, týka sa evolučných zmien, ktoré nastávajú v spôsobe prístupu ku úlohe. Prechod do štátia formálnych operácií spôsobuje, že diefa prostredníctvom formulovania hypotézy a jej verifikácie usiluje sa odhaliť obecný princíp daného typu úlohy. Dôkaz správnosti tejto hypotézy urobil autor na základe náhleho vzostupu efektívnosti v procese riešenia dlhšej súrady. Autor sa nazdáva, že náhly vzostup efektívnosti je tesne spätý s hypoteticko-dedukčným prístupom. „Je totiž prirodzené, že odhalenie obecného princípu musí v konečnom dôsledku viesť ku skvalitneniu určitej činnosti. Ak žiak nechladá systém, alebo sa ho pokúša nájsť, ale bez hľadania pozitívneho konečného efektu, jeho činnosť sa nemôže náhle zlepšiť. Eventuálne výšenie efektívnosti bude slabé a postupné — spôsobujú ho totiž menej podstatné činitele...“¹¹ Jedným sprostredkujúcim prameňom informácií o prístupe k úlohe teda bola analýza zmien, nastávajúcich počas riešenia súrady. Druhým prameňom bola analýza zmien, nastávajúcich vo vedomí respondentov. Úplné odôvodnenia, ktoré uvádzali žiaci po vyriešení úlohy, nasvedčovali tomu, že pochopili obecnú štruktúru logickej analógie.

V tabuľke č. 8 sú uvedené počty a percentá správnych operačných riešení v jednotlivých následných štvoricach (miest v sérii), ako aj percentuálne rozdiely medzi

Priemerné výsledky a im zodpovedajúce štandardizované výsledky (WS)
v jednotlivých reláciah triedy VII a III E₂

Tabuľka 6

Trieda	Priemerné výsledky v reláciah				
	M — „surové“ WS — štandardizované	a	b	c	d
VII	M WS	5,4 52	4,2 50	6,1 51	2,6 47
III E ₂	M	4,8 49	4,7 51	5,6 49	3,8 54

¹⁰ Ibidem, s. 140, tab. 8.5 a tab. 8.6

¹¹ Ibidem, s. 145

Rozdiely medzi priemernými výsledkami,
vyjadrenými v stupniči štandardizovaných výsledkov WS

Tabuľka 7

Porovávané významové celky úloh	Trieda VII	Trieda III E ₂
(a — b)	2	2
(a — c)	1	0
(a — d)	5	5
(b — c)	1	2
(b — d)	3	3
(c — d)	4	5
Celkové rozdiely	16	17
Priemerné rozdiely	2,66	2,83

Počty a percentá správnych operačných riešení
v jednotlivých následných štvoricach (miest v sérii) a percentuálne rozdiely medzi susednými
štvoricami

Tabuľka 8

Správne riešenia v jednotlivých štvoricach pokusov		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Trieda III	Počet	33	45	52	53	53	55	56	48
	Percento	26,6	36,2	41,9	42,7	47,2	44,3	45,1	38,7
	Rozdiel %	9,6	5,7	0,8	0,0	1,6	0,8	—6,4	
Trieda V	Počet	45	53	53	57	56	58	49	61
	Percento	36,2	42,7	42,7	45,9	45,1	46,7	39,5	49,1
	Rozdiel %	6,5	0,0	3,2	—0,8	1,6	—7,2	9,6	
Trieda VII	Počet	60	60	68	83	76	80	75	79
	Percento	48,3	48,3	54,8	66,9	61,2	64,5	60,4	63,7
	Rozdiel %	0,0	6,5	12,1	—5,7	3,3	—4,1	3,3	
Trieda III E ₂	Počet	72	84	78	81	84	86	55	67
	Percento	56,2	65,6	61	63,3	65,6	67,2	43	67,3
	Rozdiel %	9,8	—4,1	2,3	2,3	3,9	—24,2	24,3	

následnými štvoricami. Ilustrujú narastanie počtu správnych operačných riešení v jednotlivých pokusoch. Toto narastanie je rozdielne v jednotlivých vekových kategóriách. V oboch najmladších skupinách (trieda III. a III. E₂) je najväčší rozdiel medzi II. a I. štvoricou pokusov. V triede III. činí 9,6 % a v triede III. E₂ 9,8 %. Analogický rozdiel sa prejavil v V. triede až medzi VIII. a VII. štvoricou.

pokusov. Tieto rozdiely nie sú významné. Jedine trieda VII. dosiahla rozdiel 12,1 % medzi IV. a III. štvoricou pokusov, ktorý zodpovedal hladine významnosti 0,05. A teda iba v tejto triede je markantný náhly vzostup počtu správnych operačných riešení.

Treba zdôrazniť, že výsledky, ktoré dosiahla trieda III. E₂ v jednotlivých štvoricach pokusov, sa kvalitatívne odlišujú od výsledkov, aké dosiahli ostatné triedy. Vyplýva to z toho, že každá trieda, ktorú skúmal Jurkowski, riešila úlohy danej súrie v cyklickej následnosti. Prvý žiak začína od úlohy 1a a končí pri úlohe 32c, druhý začína od úlohy 2b a končí pri úlohe 1a etc.

Počty správnych riešení v úlohách: 5a, 28c, 29d

Tabuľka 9

Trieda	Počty správnych riešení v úlohách		
	5a	28c	29d
III	2	4	2
V	7	7	3
VII	19	13	3
III E ₂	7	7	1

Vďaka tomu, tvrdí Jurkowski, sa eliminovali také činitele, ktoré by mohli zdeformovať obraz o získaných výsledkoch. Avšak všetci žiaci triedy III. E₂ začínali pracovať od úlohy 1a a končili pri úlohe 32c. Týmto spôsobom som chcel vytvoriť pre všetkých žiakov identické podmienky štandardu. Podarilo sa mi sice najst 3 úlohy, ktorých obsah bol príliš obtiažny pre žiakov tretej triedy, ale zároveň som skomplikoval dôkaz náhleho vzostupu počtu správnych riešení. Keď hovorím o obtiažnosti úloh, mám na mysli nie logické relácie v nich obsiahnuté, ale fažkosti s vyjadrovaním. Uvádzam obsah spomínaných úloh:

5a zátoka — more : polostrov —...

28c železo — kov : kladivo —...

29d poznanie — učiť sa : únava —...

Podčiarkujem, že tieto úlohy nerobili fažkosti len žiakom triedy III. E₂. Svedčia o tom počty správnych operačných riešení, ktoré ilustruje tabuľka 9.

Keby bola miesto úlohy 5a zadaná úloha, ktorej obsah by nespôsoboval žiakovi problémy s vyjadrovaním, vtedy by rozdiel v prírastku správnych operačných riešení medzi II. a I. štvoricou pokusov činil v triede III. E₂ okolo 19,6 %. Vďaka tejto zvlášť významnej diferencii bol by náhly vzostup počtu správnych operačných riešení markantnejší než v triede VII.

Pri nezmenenom obsahu úlohy 5a náhly vzostup počtu správnych riešení je obzvlášť zjavný, ak berieme do úvahy počet úplných odôvodnení, ktoré uviedli žiaci triedy III. E₂. Tento rozdiel medzi II. a I. štvoricou činí až 21,9 %.

V záverečnej časti svojej práce Jurkowski formuluje dodatočnú pracovnú hypotézu: „V najstaršej vekovej skupine je skutočnosť, že žiak uviedol (prvé) úplné

odôvodnenie, konečným výrazom zintenzívnejšej intelektuálnej námahy, nasmerovanej na hľadanie obecného princípu úloh, z ktorých sa skladá séria.¹² Ako vyplýva z tab. č. 10, v triede VII. maximálny počet detí uviedol prvé úplné odôvodnenie v momente, keď nastal náhly prírastok počtu správnych operačných riešení, t. j. vo IV. štvorici. Podobný jav možno konštatovať tiež vo výsledkoch, ktoré dosiahli žiaci triedy III. E₂. V II. štvorici pokusov 87,3 % detí tejto triedy uviedlo prvé úplné odôvodnenie, t. j. vtedy, keď nastal maximálny prírastok správnych operačných riešení. Tento jav je totožný s vyššie citovanou hypotézou. Avšak úplné odôvodnenia, ktoré uvádzali žiaci III. a V. triedy, majú skôr náhodný charakter, nemajú vplyv na priebeh ostatných riešení úloh v sérii, ako je to v triede VII. a III. E₂.

Poradie v sérii, kedy deti uviedli prvé úplné odôvodnenie

Tabuľka 10

Následné štvorce (miesta v sérii)	Trieda III		Trieda V		Trieda VII		Trieda III E ₂	
	Počet detí	Súhrnný počet	Počet detí	Súhrnný počet	Počet detí	Súhrnný počet	Počet detí	Súhrnný počet
I	2	2	7	7	15	15	20	20
II	0	2	2	9	1	16	7	27
III	0	2	1	10	4	20	1	28
IV	1	3	1	11	3	23	2	30
V	0	3	2	13	—	—	1	31
VI	1	4	2	15	—	—	—	—
VII	0	4	—	—	—	—	—	—
VIII	1	5	—	—	—	—	—	—

Uvedené výsledky výskumu umožňujú, podľa môjho názoru, pripúštať, že nový systém začiatocného vyučovania matematiky má vplyv na urýchlenie rozumového vývinu desafročných žiakov. Hypotézu, ktorá je sformulovaná v tejto štúdii, potvrdili výsledky dodatočných výskumov, realizovaných v triede III. E₂ a VIIb. na Záklanej škole č. 12 v Krakove. Séria úloh na uvažovanie analógiou, ktorú som zostavil, týkala sa matematických obsahov, pričom zahrňovala tie isté logické relácie, ako u Jurkowskiego. Obsah a znenie úloh z tejto série nájde čitateľ v prílohe, s. 119.

2. Výsledky výskumov pomocou série slovných analógií, týkajúcich sa matematických obsahov

V júni 1969 som realizoval kontrolné výskumy pomocou série slovných analógií, ktorú som zostavil a obsah ktorej som vybral z matematickej terminológie. Výskumu som podrobil 32 žiakov triedy III. E₂ a 32 žiakov triedy VII. b Základnej školy

¹² Ibidem, s. 156

č. 12 v Krakove. Výsledky výskumov mali potvrdiť správnosť alebo nesprávnosť hypotézy o prechode žiakov triedy III. E₂ zo štátia konkrétnych operácií do štátia formálnych operácií. Okrem toho materiály, ktoré som získal počas výskumov, mali mi uľahčovať hodnotenie súhrnu matematických pojmov, ktoré používajú žiaci triedy III. E₂. V prípade zistenia nedostatkov existovala ešte možnosť použitia adekvátnych didaktických prostriedkov, aby sa tieto nedostatky a omyly mohli odstrániť.

Obsah 32 úloh zo súrie slovnych analógií uvádzam v prílohe. Zahŕňa 4 skupiny relácií: a) časť—celok, b) protikladnosť, c) nadradenosť, d) príčinnosť; celkovo po 8 úloh v každej sérii. Vzhľadom na nedostatok miesta nebudem rozoberať výsledky výskumov tak podrobne, ako som to robil v prvej časti tejto práce. Obmedzím sa len na predstavenie niekoľkých údajov, ktoré pokladám za úplne postačujúce na potvrdenie správnosti sformulovanej hypotézy.

Počty a percentá správnych operačných riešení

Tabuľka 11

Trieda	Počet všetkých reakcií	Počet správnych operačných riešení	% správnych operačných riešení	Štandardná chyba %
III E ₂	1024	680	66,4	1,47
VII b	1024	641	62,6	1,51

Ako vyplýva z údajov v tabuľke č. 11, počet správnych operačných riešení ktoré uviedli žiaci triedy III. E₂, je o 3,8 % vyšší, než v prípade triedy VIIb.

Tento rozdiel nie je však štatisticky podstatný. Oveľa dôležitejšia je diferencia medzi množstvom správnych operačných riešení s úplným odôvodnením; činí 19,9 %.

Počty a percentá správnych operačných riešení s úplným odôvodnením

Tabuľka 12

Trieda	Počet všetkých reakcií	Počet správnych operačných riešení s úplným odôvodnením	% správnych operačných riešení s úplným odôvodnením	Štandardná chyba %
III E ₂	1024	506	49,4	1,56
VII b	1024	503	29,5	1,42

Počty a percentá správnych operačných riešení v jednotlivých reláciach

Tabuľka 13

Trieda	Počet správnych operačných riešení				Percenta správnych operačných riešení v reláciach				Štandardné chyby percent správnych operačných riešení v reláciach			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
III E ₂	184	204	166	126	71,8	79,5	64,8	49,2	2,81	2,64	2,81	3,12
VII b	161	196	147	137	62,9	76,5	57,4	53,5	3,01	2,64	3,09	3,11
Rozdiely	23	8	19	-11	8,9	3,0	7,4	-4,3	-	-	-	-

V tab. č. 13 sú uvedené počty a percentá správnych operačných riešení s rozdelením na jednotlivé relácie. V každej zo skúmaných skupín následnosť relácií z hľadiska počtu správnych operačných riešení je identická: b, a, c, d. Rozdiely medzi percentami správnych operačných riešení, ktoré uviedli žiaci jednotlivých tried v každej relácii, nie sú podstatné. Z toho vyplýva uzáver, že každá zo štyroch logických relácií, obsiahnutých v sérii úloh, bola predsa obfazná pre obe skúmané skupiny. Fakt, že trieda III. E₂ získala rovnomerné výsledky, je tým cennejší, ak sa zdôrazní skutočnosť, že žiaci triedy VII.b realizovali počas 3 rokov nový program vyučovania matematiky, ktorý vypracovala Katedra vyučovania matematiky na Vysokej škole pedagogickej v Krakove. Nový program v spojení s funkcionálnou metódou a modernými didaktickými prostriedkami mal značný vplyv na rozumový vývin žiakov VII. b triedy, čo potvrdili aj systematické kontrolné výskumy.

3. Výsledky výskumov vplyvu nového systému začiatovočného vyučovania matematiky na rozumový vývin 10—12 ročných detí

Výskumy, o ktorých pojednávame, realizovala Ewa Skubisz, diplomatka u prof. M. Przetačnikowej, vo februári až máji 1970. Zahrali 110 žiakov IV. a V. tried Základnej školy č. 12 v Krakove. Keďže sa zaobrábam otázkami vplyvu nového systému vyučovania matematiky na uvažovanie žiakov I.—IV. triedy, uvediem na tomto mieste len výsledky zo IV. triedy.

Trieda IV. E₂ mala 30 žiakov. Paralelná trieda IV. a bola početnejšia. Vybralo sa z nej teda 30 žiakov, pri čom sa za základ klasifikácie prial vek detí: 10; 3—11; 1. Do tejto vekovej kategórie patrili totiž žiaci IV. E₂ triedy.

Ďalej uvádzam hypotézy, ktoré sformulovala E. Skubisz:

I. Deti vyučované podľa experimentálneho programu vyučovania matematiky

skôr dospevajú do štátia formálnych operácií než ich rovesníci (na každej inej skúmanej vekovej úrovni), čo sa bude odzrkadľovať na schopnostiach odhaľovania obecných princípov pri riešení úloh určitého typu.

2. Deti z experimentálnych tried budú dosahovať lepšie výsledky pri uvažovaní analógiami pri každom materiáli.

Rozdiely vo výsledkoch budú však najväčšie pri použití matematického materiálu a zmenšovať sa budú pri materiáli percepčnom; najmenšie rozdiely sa prejavia v prípade aplikácie verbálneho materiálu.

Ako výskumné metódy použila autorka tri druhy testov, vychádzajúcich z uvažovania analógiami:

1. test matematických analógií,
2. test stupnice Ravena,
3. verbálny test Pidgeona.

Obsah v teste matematických analógií nájde čitateľ v prílohe tejto práce. Z údajov, uvedených v tab. č. 14, vyplýva, že diferencie medzi výsledkami oboch skúmaných skupín sú štatisticky významné ($t = 5,960 > t_{\alpha} \varepsilon(3,460; 3,551)$ pre $\alpha = 0,001$ a pre $n_1 + n_2 - 2 = 58$ stupňov voľnosti).

Výsledky výskumov realizovaných pomocou testu matematických analógií

Tabuľka 14

Trieda	Počet všetkých reakcií	Počet správnych riešení	Perecento správnych riešení	Priemerný výsledok	Štandardná odchýlka
IVE ₂	540	472	87,4	16,8	3,7
IVa	540	330	61,1	11,7	2,8

Podľa názoru autorky žiaci triedy IV. E₂, ktorí správne vyriešili 16–18 úloh, preukázali hypoteticko-dedukčný prístup k problematike, obsiahnutej v úlohách, a uvažovali na úrovni formálnych operácií. V triede IVa bolo najviac 14 správne vyriešených úloh. Možno teda predpokladať, podľa E. Skubisz, že žiaci tejto triedy, ktorí správne vyriešili po 14 úloh, uvažujú v rovine formálnych operácií. Z predstavených materiálov vyplýva, že 66,6 % žiakov triedy IV. E₂ a 20 % žiakov triedy IVa bolo kvalifikovaných do štátia formálnych operácií.

Na základe údajov v tab. č. 15 sa dá ľahko vypočítať, že rozdiely medzi výsledkami, obsiahnutými v jednotlivých triedach, sú štatisticky významné ($t = 3,983 > t_{\alpha} \varepsilon(3,460; 3,551)$ pre $\alpha = 0,001$ a pre $n_1 + n_2 - 2 = 58$ miery voľnosti). Výsledky výskumov, realizovaných pomocou verbálneho testu Pidgeona, uvedené v tab. č. 16, svedčia o miernej prevahe žiakov triedy IV. E₂, ktorá činí 8,4 %. Tento rozdiel nie je štatisticky významný.

Výsledky výskumov realizovaných pomocou úplnej stupnice Ravena

Tabuľka 15

Trieda	Počet všetkých reakcií	Počet správnych riešení	Percento správnych riešení	Priemerný výsledok	Štandardná odchýlka
IVE ₂	1080	982	90,9	33,8	2,8
IV a	1080	824	76,3	29,0	5,9

Výsledky výskumov realizovaných pomocou verbálneho testu Pidgeona

Tabuľka 16

Trieda	Počet všetkých reakcií	Počet správnych riešení	Percento správnych riešení	Priemerný výsledok	Štandardná odchýlka
IVE ₂	600	462	77,0	16,5	3,6
IV a	600	412	68,6	14,9	3,1

Pri rekapitulácii úvah o výsledkoch výskumov, ktoré realizovala E. Skubisz, možno priať ako obhajobu hypotézy tvrdenie, že žiaci triedy IV. E₂ sú na vyššej intelektuálnej úrovni než ich kolegovia z paralelnej triedy IV. a. Môžeme tiež skonštatovať, že činiteľom, ktorý diferencuje obe skupiny, je systém vyučovania matematiky v I.—IV. triede.

4. Vplyv metódy funkcionálneho vyučovania matematiky na rozvoj schopnosti definovania pojmov

V rokoch 1969—1970 uskutočnila mgr Barbara Galdia, prednášajúca na Pedagogickej škole v Raciborzu, výskumy vplyvu metódy funkcionálneho vyučovania matematiky na rozvoj schopnosti definovania pojmov. B. Galdia preskúmala v rámci svojej doktorskej práce, pod vedením prof. M. Przetacznikovej, 44 žiakov dvoch prvých tried (dvakrát) na Základnej škole č. 12 v Raciborzu. Žiaci sa podrobili návykovo-kontrolnému experimentu, ktorý som vypracoval ja. Prvé výskumy sa uskutočnili pred ukončením prvej triedy, druhé — pred ukončením druhej triedy. Kontrolnú skupinu tvorilo 44 detí dvoch prvých tried Základnej školy č. 12 v Raciborzu. Spomedzi 76 detí týchto tried sme vybrali len tie, ktoré sa na-

chádzali v rovnakom intervale inteligenčného kvocientu ako žiaci experimentálnych tried. Skúmané skupiny detí sa odlišovali len v tom, že v každej z nich sa realizoval počas dvoch rokov iný systém vyučovania matematiky.

Po prvom roku výuky mali deti definovať nasledovné pojmy: mačka, stôl, jablko, vták, čiapka, strom, nôž, obuvník, hniezdo, jabloň, zviera, lopta, kniha, rastlina, auto.

Ako vyplýva z materiálov, ktoré mi poskytla autorka, v experimentálnej skupine bolo zo 660 možných odpovedí 89 logicky správnych definícii, čo činí 15,5 %. V kontrolnej skupine činí počet správnych definícii 41, a teda len 6,2 %. Rozdiely medzi týmito výsledkami, ktoré dosiahli žiaci oboch skupín, sú štatisticky významné ($\chi^2 = 19,8236 > \chi^2 = 10,827$ pre $\alpha = 0,001$).

Výskumy realizované na konci druhého postupného ročníka týkali sa nasledovných pojmov: pes, skriňa, hruška, ryba, klobúk, krík, lyžica, krajčír, otvor, hruška (strom), zviera, bábika, zošit, rastlina, motorka. V experimentálnej skupine uviedli žiaci zo 660 možných odpovedí 112 správnych logických definícii, čo činí 17,2 %. V kontrolnej skupine bolo uvedené 40 správnych definícii, čiže ledva 6,0 %. Teda výsledky zopakovaných výskumov potvrdili, že rozdiely medzi oboma skupinami sú štatisticky významné ($\chi^2 = 36,0108 > \chi^2 = 10,827$ pre $\alpha = 0,001$).

5. Vplyv nového systému vyučovania matematiky na rozvoj schopnosti dedukčného uvažovania

V roku 1967 uverejnili dr. Ryszard Więckowski výsledky svojich výskumov, týkajúcich sa dedukčného uvažovania, v „Kwartalniku Pedagogicznym“.¹³ Rozsah výskumov neboli široký. Zahrňovali 27 žiakov z troch štvrtých tried po 9 žiakov z každej triedy. Deti sa vybrali na základe rozboru výsledkov ich práce v škole; podľa toho sa určili po 3 žiaci, „reprezentujúci“ 3 úrovne, vopred vytypované pre experimentálne účely. Boli to teda žiaci, reprezentujúci úroveň I, v ktorej sa nachádzali intelektuálne najvyspelejší, úroveň II so žiakmi s priemernou inteligenciou a napokon úroveň III so žiakmi intelektuálne najzaostalejšími v danej skupine.

Pri výskume sa využil test o piatich chlapcoch, navštievujúcich päť rôznych škôl; obsah a znenie testu som predstavil v prílohe. Všetci žiaci sa skúmali dva-krát: na začiatku a na konci školského roku. Záverečný test sa líšil od úvodného tým, že sa zmenili iba mená chlapcov, a namiesto čísel škôl boli uvedené názvy piatich ulíc, na ktorých bývali chlapci. Logická štruktúra testu sa nezmenila.

V každej z troch IV. tried sa realizovali tri odlišné varianty experimentu. V prvej z nich, ktorú symbolicky označím IVa, realizovalo sa problémové vyučovanie a kolektívna práca. V druhej — IVb — realizovalo sa problémové vyučovanie, kolektívna práca a kompenzačná práca. V tretej, IVc, realizovalo sa viaestupňové vyučovanie zároveň s problémovým vyučovaním, kolektívou a kompenzačnou

¹³ Pedagogický štvrtročník (prekl. tit.)

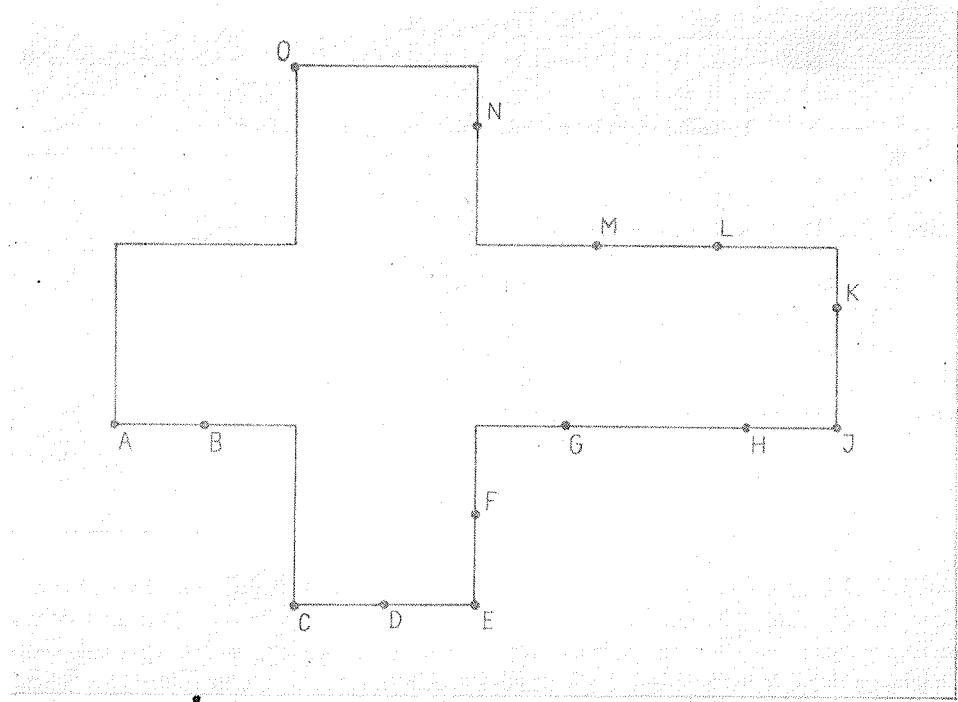
Na vyriešenie tejto úlohy mali žiaci 45 minút. Práca trvala približne 35 minút. 28 žiakov vyriešilo úlohu bezchybne. Ostatní dva žiaci urobili po jednej chybe. Ukazovateľ správnosti uvažovania 0,98 v triede IV. E₂ teda zrejme nepotrebuje komentár.

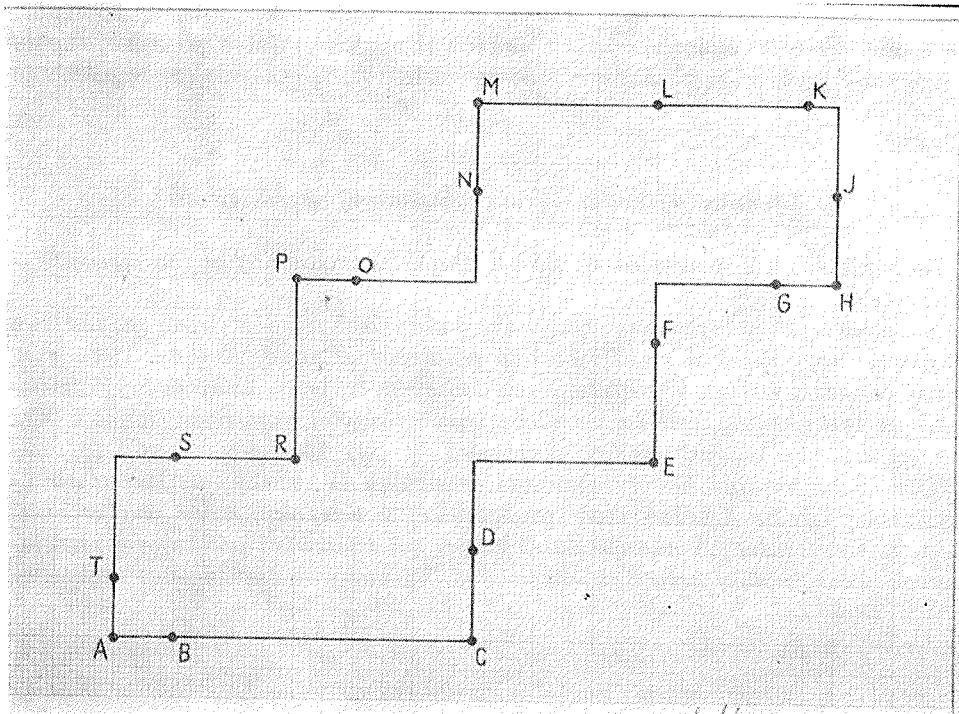
6. Výsledky výskumu vývinu priestorovej predstavivosti

Na obrázku 1 a 2 sú siete dvoch kociek. Doplň na nich hrany ohybov prerušovanou čiarou.

Na obrázkoch sú vyznačené body. Pre každý bod nájdi a označ na obrázku všetky tie body, ktoré sa s ním stotožnia pri zlepovaní kocky zo siete. Tieto body označ červenou farbou. V prípade, že sú dva alebo tri body, ktoré sa kryjú, označené na týchto obrázkoch dvoma alebo troma rôznymi písmenami, dopiš k nim červenou farbou ten istý číselný ukazovateľ.

Túto úlohu vypracovala B. Siemińska, študentka IV. ročníka na Matematicko-fyzikálnej fakulte Vysokej školy pedagogickej v Krakove, ktorá pod vedením prof. Z. Krygowskiej skúmala fažkosti žiakov pri aplikovaní priestorovej predstavivosti počas riešenia stereometrických úloh. Výskumy sa realizovali v škol. roku





Výsledky výskumov vývinu priestorovej predstavivosti

Tabuľka 18

Obr.	Trieda	Počet žiakov v triede	Počet bezchyb. rieš.	Percento bezchyb. riešení	Počet prác s max. 5 chyb.	Perc. prác s max. 5 chyb.	Počet celkom chybných prác	Perc. celkom chybných prác
1	IVE ₂	23	10	43,4	21	91,3	0	0,0
	VIII	159	13	8,1	45	28,0	6	3,2
	IX	108	13	12,0	33	30,5	15	14,0
	XI	51	7	13,0	16	31,3	10	20,0
2	IVE ₂	23	4	17,3	18	78,2	0	0,0
	VIII	159	0	0,0	56	36,0	13	8,0
	IX	108	1	0,9	35	32,0	8	7,4
	XI	51	1	2,0	26	51,0	1	2,0

1956/57. Zahrnuli 159 žiakov ôsmej triedy, 108 žiakov deviatej a 51 žiakov jedenástej triedy. Tú istú úlohu som dal vyriešiť žiakom triedy IV. E₂. Podľa projektu nového programu žiaci už poznali pojem kvádra a kocky, vedeli rysovať siete kociek a z daných sietí vedeli zostaviť kocky. Ale nevyriešili úlohy tohto typu, ktoré vypracovala B. Siemińska. Výsledky výskumov ilustruje tab. č. 18. Niekoľko-

násobne vyššie výsledky u žiakov triedy IV. E₂ v porovnaní s výsledkami žiakov gymnaziálnych tried svedčia markantne o pozitívnom vplyve štvorročných experimentálnych prác na rozumový vývin žiakov, a zvlášť na rozvoj priestorovej predstavivosti.

Recenzenti: dr. Jozef Smida
prof. dr. Peter Vajek

Príloha:

SÉRIA SLOVNÝCH ANALÓGIÍ, KTORÚ ZOSTAVIL A. JURKOWSKI

- 1a minúta — hodina : centimetr — ... ?
2b vrch — spodok : prvý — ... ?
3c vrabec — vták : dub — ... ?
4d smiech — radosť : slzy — ... ?
5a zátoka — more: polostrov — ... ?
6b dobre — zle : dlho ... ?
7c kapor — ryba : bocian — ... ?
8d mokro — oblaky : sucho — ... ?
A 8/9 zbierať huby — les : plávať na plachetnici — ... ?
9b daleko — blízko : tam — ... ?
10c slivka — plod : mucholapka — ... ?
11d požiar — blesk : ruiny — ... ?
12a mesiac — rok : deň — ... ?
13b malý — veľký : trpaslík — ... ?
14c zemiak — zelenina : teľacina — ... ?
15d ľad — mrazy : povodeň — ... ?
16a kormidlo — ľad : chvost — ... ?
17c vtáci — zvieratá : zelenina — ... ?
18d nehoda — neopatrnosť : hlad — ... ?
19a nohy — kôň : kolosá — ... ?
20b odísť — prísť : prodávať — ... ?
21c ruža — kvet : mrkva — ... ?
X 22d n achladnutie — chladno : strach — ... ?
23a ocelové pierko (na písanie) — pero : hrot — ... ?
24b búrka — ticho : vojna — ... ?
B 24/25 lekár — nemocnica : úradník — ... ?
25d nedostatok prúdu — vypálené poistky : nedostatok vody — ... ?
26a chodidlo — noha : dlaň — ... ?
27b bohatý — chudobný : pracovitý — ... ?
28e železo — kov : kladivo — ... ?
29d poznanie — učiť sa : únavu — ... ?
30a žiarovka — lampa : knôt — ... ?
31b svetlo — tma : zvuk — ... ?
32c bicykel — vozidlo : husle — ... ?

1. písmeno — výraz
2. sčítovať — odčítovať
3. trieda — škola
4. strana „a“ štvorca — 4a obvod
5. 7 — 49

- eifra —
dolenie —
podmnožina —
a, b strany pravouholníka —
5 —

6. $7 = (-7)$	$(-2) = \dots$
7. $A(2, 5) = I.$ kvadrant roviny	$B(-2, -5) = \dots$
8. sčítavanie — súčet	násobenie — \dots
9. cm — dĺžka	$cm^2 = \dots$
10. $(-7, -2) = (0, -5)$	$(4, 1) = \dots$
11. $(1, 2, 3, 4) =$ množina prirodzených čísel	$(0, 1, -1, 2, -2) = \dots$
12. delenie — podiel	odčítovanie — \dots
13. $1/100 = 100$	$\frac{1}{7} = \dots$
14. $(3, -3) = (-4, 4)$	$(-8, 8) = \dots$
15. 1, 8, 4 — delitele čísla 8	$1, 12, 6 = \dots$
16. $a + x = b \rightarrow x = b - a$	$m - x = n \rightarrow \dots$
17. sčítaniec — súčet	prvok — \dots
18. $a = (-a)$	$(-b) = \dots$
19. $C(-2, 5) = II.$ kvadrant roviny	$D(2, -5) = \dots$
20. a, b strany pravouholníka — a, b pole	a strana štvorca — \dots
21. $3 = 27$	$2 = \dots$
22. $(-2, 9) = (2, 9)$	$(5, -2) = \dots$
23. 4, 6, 8, 9, 10 — zložené čísla	$2, 3, 5, 7, 11 = \dots$
24. $a \cdot x = b \rightarrow x = b : a$	$c : y = d \rightarrow \dots$
25. pravouholník — rovina	úsečka — \dots
26. $= (-6) = (-6)$	$l = \dots$
27. $A(4, 4) = x = y$	$B(-2, 2) = \dots$
28. súčet rovnakých sčítanov — podiel	Podiel rovnakých prvkov — \dots
29. desiatky — dvojiceferné číslo	tisícky — \dots
30. $5 \div 2 = 5 = 2$	$8 \cdot 4 = \dots$
31. $M(0, 7) = x = 0$	$P(-3, 0) = \dots$

Z poľského rukopisu preložila: prom. fil. Hana Poláková

ВЛИЯНИЕ НОВОЙ СИСТЕМЫ НАЧАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ НА УМСТВЕННОЕ РАЗВИТИЕ УЧЕНИКОВ

В статье говорится о проверке гипотеза, о том, что использование новой системы начального обучения математики влияет на способ мышления у 10-летних учеников. Гипотетико-дедуктивный подход к задачам, решаемых учениками предполагает, что ученики прошли от стадии конкретных операций к стадии формальных операций.

З. Крыговска с автором статьи поставили в основу своей программы по математике структуру сферы целых чисел. Начальный курс арифметики они классифицировали темами из области теории множеств, алгебры, геометрии, топологии, теории вероятностей и математической логики. Эта программа осуществлялась в экспериментальной группе (31 ученик 3-го класса основной школы городской среды) с первого класса основной школы. В процессе обучения доминировал функциональный метод все время и консеквентно учитывающий оперативный характер математики параллельно с психологическим процессом интериоризации направленным от конкретной деятельности к абстрактным операциям.

Автор статьи описывает и опирается на исследования А. Юрковского. Для оценки степени умственного развития автор использовал приложенный тест словесных аналогий Юрковского. Результаты исследования автора показывают, что число правильных операционных решений в экспериментальной группе третьеклассников значительно выше,

чем в контрольной группе третьеклассников Юрковского (в возрасте 9; 9—10; 1) и учеников пятого класса (в возрасте 11; 9—12; 1), но не является сигнifikативно большим по сравнению с контрольной группой Юрковского, учеников седьмого класса (в возрасте 13; 9—14; 1). Гораздо лучших результатов достигли ученики экспериментальной группы в категории правильных операционных решений с полным доказательством. 93,7 % учеников экспериментальной группы выполнили условия, определяющие критерии для достижения стадии формальных операций. Приводятся и дальнейшие результаты исследования автора (с применением серии математических задач для рассуждения при помощи аналогии), которые — по мнению автора — допускают влияние новой системы начального обучения математики на акселерацию развития десятилетних учеников. Для подкрепления своего гипотеза автор сжато говорит о результатах исследования Е. Скубисовой, В. Балдиной, Р. Вицковского и В. Сиеминской.

Перевел: Др. А. Карапуз

EINFLUSS DES NEUEN SYSTEMS DES ELEMENTAREN MATHEMATIKUNTERRICHTS AUF DIE INTELLEKTUELLE ENTWICKLUNG DER SCHÜLLER

Im Artikel wird über die Beglaubigung der Hypothese berichtet, dass die Einführung des neuen Systems des elementaren Matematikunterrichts auf die Veränderung der Überlegungsart bei 10—jährigen Kindern einwirkt. Hypothetisch — deduktiver Zutritt zu den von den Schülern gelösten Aufgaben, die Voraussetzung instaliert, dass die Kinder aus dem Stadium der konkreten Operationen in Stadium der formalen Operationen übergegangen sind.

Den Kern des gebrauchten, von Z. Krygowsko und vom Autor des Artikels vollständigen bearbeiteten Programms des Matematikunterrichts, bildet die Struktur des Umkreises der Nummer. Der elementare Arithmetikkurs wurde um die Thematik aus dem Bereich der Quantumeorie, der Algebra, der Geometrie, der Topologie, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der mathematischen Logik erweitert. Dieses Programm wurde in der Experimentalgruppe (31 Schüler der dritten Klasse der Grundschule aus grossstädtlichem Milieu), schon seit dem 1. Jahrgang realisiert. Im Prozess des Unterrichts die funktionelle Methode, dominierte, welche als didaktische Methode definiert wurde, die unaufhörlich und konsequent den operativen Charakter der Mathematik berücksichtigt, parallel mit dem psychologischen Prozess der Interiorisation der konkreten Tätigkeiten, die zur abstrakten Operationen gerichtet werden.

Es wurde die Erforschung von A. Jurowski an die sich Autor des Artikels anlehnt, und (beschrieben). Für die Beurteilung der Stufe der intellektuellen Entwicklung hat man den von Jurowski beigelegten est der wörtlichen Analogien benutzt. Die Erfolge der Erforschung des Autors zeigen, dass die Zahl der richtigen Operationen Lösungen bei der Experimentalgruppe der Schüler wesentlich höher sind, als bei der Kontrollgruppe der Schüler der dritten Klasse (im Alter 19, 9—10; 1), und die Schüler der fünften Klasse (im Alter 11, 9—12; 1), sie ist aber nicht signifikant höher im Vergleich mit der Jurkowski — Kontrollgruppe der Schüler der siebsten Klasse (im Alter 13, 9—14; 1). Viel bessere Erfolge erzielten die Schüler der Experimentalgruppe in der Kategorie der richtigen operativen Lösungen mit volliger Begründung. 93,7 % von Schülern der Experimentalgruppe haben die Bedingungen erfahren, die das Kriterium für die Erzielung des Stadium der formalen Operationen festgestellt haben. Es werden auch weitere Ergebnisse der Forschung des Autors zitiert (mit Verwendung einer Serie der mathematischen Aufgaben für die Überlegung mit der Analogie), welche, nach der Autorsmeinung das Zugeben ermöglichen, dass das neue System des elementaren Mathematikunterrichts die Akzeleration der Entwicklung der zehnjährigen Schüler beeinflussen. Um diese Hypothese zu unterstützen, referiert der Autor über die Ergebnisse von Barbara Galdiova, Ryszard Wieckowski und B. Siemińska.

Übersetzt von Olga Klimentová